

Matematyka. Solidnie od podstaw

Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)

Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)

Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)

Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)

Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)

Uczeń opanował wiedzę i zdobył wszystkie umiejętności zawarte we wszystkich wymaganiach

Uwaga: Treści zapisane kursywą są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, 2 oraz 3, zakres rozszerzony.

I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Funkcja wykładnicza i jej własności
2	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
3	Równania wykładnicze
4	Nierówności wykładnicze
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{0x} , S_{0y} , $S(0,0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor)	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji	
potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	

II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Funkcja logarytmiczna
2	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
3	Równania logarytmiczne
4	Nierówności logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Uczeń:

PODSTAWOWE

K	P
---	---

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$)
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (S_{0x} , S_{0y} , $S(0,0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów
potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;	potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych	potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia

III. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa
4	Wariancja i odchylenie standardowe

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
zna i rozumie pojęcie skali centylowej	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;
zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego,	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	potrafi korzystać ze skali centylowej
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza medianę danych przedstawionych diagramami
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza medianę pogrupowanych danych
potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych	potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne
oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób	
rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona	
potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej	

IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Prawdopodobieństwo warunkowe
7	Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa
8	Niezależność zdarzeń
9	Schemat Bernoulliego
10	Zmienna losowa. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

Uczeń:

PODSTAWOWE

K	P
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń.
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;



PODSTAWOWE	
K	P
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;
zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite	potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite w rozwiązaniu prostych zadań;
potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym	zna wzór Bayesa
wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, postugując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne;	potrafi rozwiązywać zadania w których występują zdarzenia niezależne
	potrafi podać rozkład zmiennej losowej
	zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	stosuje wzór do Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny
rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń	wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach
potrafi stosować wzór Bayesa;	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności
wie i rozumie na czym polega niezależność n zdarzeń ($n \geq 2$).	
Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności	
stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń	
stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach	
oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa	

V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIELOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Gnaniastostupy
6	Ostrostupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni	potrafi sprawdzić, czy istnieje gnaniastostup o danej liczbie krawędzi
potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni	oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa
potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni gnaniastostupa oraz ostrostupa
rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę	oblicza długości przekątnych gnaniastostupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny	oblicza objętość gnaniastostupa prostego oraz ostrostupa prawidłowego
umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn	oblicza objętość gnaniastostupa pochyłego
rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny	oblicza pole powierzchni ostrostupa mając daną jego siatkę
zna, potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	potrafi rozpoznać w gnaniastostupach i ostrostupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"	
zna określenie gnaniastostupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość gnaniastostupa	
zna podział gnaniastostupów	
umie narysować siatki gnaniastostupów prostych	
potrafi narysować siatkę gnaniastostupa prostego, mając dany jej fragment	
potrafi narysować siatkę ostrostupa prostego, mając dany jej fragment	

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;	
zna podział ostrosłupów;	
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni	przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa
rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii	przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii, w zakresie wielościanów
potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;	
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)	
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni
6	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
rozumie określenie “przekrój osiowy walca”	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań
rozumie pojęcie objętości bryły	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca)	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	